Тема урока: **«Преобразование произведений тригонометрических функций в суммы». (Слайд 1)**

Тип урока: урок изучения нового материала и систематизации знаний.
Цели:
Образовательные: ознакомить учащихся с формулами преобразования произведения тригонометрических функций в сумму или разность, закрепить умения и навыки по применению формул тригонометрии при решении задач.
Развивающие: развивать и совершенствовать умения применять теоретические знания к решению упражнений; мыслительные способности учащихся; их речевую культуру; математический кругозор.
Воспитательные: воспитывать уверенность в своих знаниях; умение слушать других; содействовать воспитанию интереса к математике; воспитывать объективность и честность при контроле знаний; культуру поведения.

Задачи урока:
- Создать условия для формирования у обучающихся представлений о формулах для преобразования произведения тригонометрических функций в сумму или разность;
- Создать условия для мотивации обучающихся в изучении формул преобразования произведения тригонометрических функций в сумму или разность;
- способствовать формированию умений в применении нового и ранее изученного материала, при выполнении различных преобразований тригонометрических выражений;
- способствовать формированию таких качеств личности как ясность и точность мысли, самоконтроль;
- продолжить формировать представления о математике как части общечеловеческой культуры и ее связи с другими науками.

Планируемые результаты: Сформировать навыки и умения применять формулы, преобразующие произведение тригонометрических функций в сумму или разность при выполнении различных заданий по тригонометрии.
Техническое обеспечение урока: компьютер, проектор, экран, доска, мел.

Содержание урока:

Ход урока

1. **Организационный момент.**

2. **Проверка домашнего задания. Устная разминка: (Слайд 2)**

1. Какому выражению соответствует значение $\frac{\sqrt{3}}{2}$?

а) $\sin 30^0$; б) $\cos\frac{\pi}{6}$; в) $\operatorname{tg}\frac{\pi}{3}$

2. Выбрать возможный вариант.

   а) $\sin\alpha = \frac{\pi}{3}$; б) $\cos\alpha = \sqrt{3}-2$; в) $\sin\alpha = -3{,}7$.

3. Какой из углов является углом II четверти?

   а) $\frac{4\pi}{9}$; б) -145°; в) $\frac{3\pi}{4}$

4. В каких четвертях $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$ имеют разные знаки?

   а) II и IV; б) I и III; в) I и IV.

5. Каким выражением можно заменить $\cos(\frac{3\pi}{2}+\alpha)$?

   а) $\cos\alpha$; б) $\sin\alpha$; в) $-\sin\alpha$.

3. **Изучение нового материала**

На прошлом уроке мы рассмотрели преобразование суммы и разности тригонометрических функций в произведение. Сегодня мы рассмотрим обратное преобразование, т. е. представить произведение в виде суммы и разности.

Для вывода этих формул воспользуемся формулами сложения.

На уроке доказываются формулы **преобразования произведений** трех видов: синуса на синус, косинуса на косинус и синуса на косинус, решается несколько примеров на использование этих формул.

<u>1). Формулы преобразования произведений тригонометрических функций в сумму</u> (Слайд 3)

Доказать:

$$\sin x \cos y = \frac{\sin(x-y)+\sin(x+y)}{2}$$

$$\cos x \cos y = \frac{\cos(x-y)+\cos(x+y)}{2}$$

$$\sin x \sin y = \frac{\cos(x-y)-\cos(x+y)}{2}$$

Доказательство:(вызвать 1 ученика)

1) Формулы синуса разности и суммы:
$$\begin{cases} \sin(x-y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y, \\ \sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y. \end{cases}$$

Складывая, получаем:
$$\sin(x-y) + \sin(x+y) = 2\sin x \cos y,$$

отсюда,
$$\sin x \cos y = \frac{\sin(x-y) + \sin(x+y)}{2}.$$

2) Формулы косинуса разности и суммы (вызвать 2 ученика)

$$\begin{cases} \cos(x-y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y, \\ \cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y. \end{cases}$$

Складывая, получаем:
$$\cos(x-y) + \cos(x+y) = 2\cos x \cos y,$$

Что можно записать:
$$\cos x \cos y = \frac{\cos(x-y) + \cos(x+y)}{2}.$$

3) Вычитая косинус суммы из косинуса разности, получим:
$$\cos(x-y) - \cos(x+y) = 2\sin x \sin y,$$

что преобразуется в формулу:
$$\sin x \sin y = \frac{\cos(x-y) - \cos(x+y)}{2}.$$

<u>2). Закрепление изученного материала. Использование формул при решении задач</u>

Вычислить, преобразовывая произведения в сумму.

1) $\cos 14° \cos 16°$. **(Слайд 4)**

Решение:
$$\cos 14° \cos 16° = \frac{\cos(14° - 16°) + \cos(14° + 16°)}{2} = \frac{\cos(-2°) + \cos 30°}{2} =$$
$$= \frac{1}{2}\left(\cos 2° + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\cos 2°}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{cos2°}{2}$.

2) $sin75°sin15°$. **(Слайд 5)**

Решение:

$$sin75°sin15° = \frac{cos(75° - 15°) - cos(75° + 15°)}{2} = \frac{cos60° - cos90°}{2} = \frac{\frac{1}{2} - 0}{2}.$$

Ответ: $\frac{1}{4}$.

3)

$sin^2 10° + cos50°cos70°$. **(Слайд 6)**

Решение: воспользуемся формулами:

$$sin^2 x = \frac{1 - cos2x}{2},$$

$$cos\alpha\ cos\beta = \frac{cos(\alpha - \beta) + cos(\alpha + \beta)}{2}.$$

Получим:

$$\frac{1 - cos20°}{2} + \frac{cos(50° - 70°) + cos(50° + 70°)}{2} =$$

$$1 - cos20° + cos20° + cos120° = \frac{1 - \frac{1}{2}}{2} = \frac{\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4},$$

где

$$cos120° = cos(90° + 30°) = -sin30° = -\frac{1}{2}.$$

Ответ: $\frac{1}{4}$.

4) $sin43°sin17° + sin^2 13° - 2.$ **(Слайд 7)**

Решение: воспользуемся формулами:

$$sin^2 x = \frac{1 - cos2x}{2},$$

$$cos\alpha\ cos\beta = \frac{cos(\alpha - \beta) + cos(\alpha + \beta)}{2}.$$

Получим:

$$\frac{cos(43° - 17°) - cos(43° + 17°)}{2} + \frac{1 - cos26°}{2} - 2 =$$

$$\frac{cos26° - cos60° + 1 - cos26° - 4}{2} =$$

$$\frac{-\frac{1}{2} - 3}{2} = -\frac{\frac{7}{2}}{2} = -\frac{7}{4}.$$

Ответ: $-1{,}75.$

<u>3). Решение уравнения</u>

1) $sin\left(x + \frac{\pi}{12}\right) cos\left(x - \frac{\pi}{12}\right) = \frac{1}{2}.$ **(Слайд 8)**

Решение: воспользуемся формулой $sin\alpha\ cos\beta = \frac{sin(\alpha - \beta) + sin(\alpha + \beta)}{2}.$

$$\frac{sin\left(x + \frac{\pi}{12} - x + \frac{\pi}{12}\right) + sin\left(x + \frac{\pi}{12} + x - \frac{\pi}{12}\right)}{2} = \frac{1}{2},$$

$$sin\frac{\pi}{6} + sin2x = 1,$$

$$sin2x = \frac{1}{2},$$

$$2x = (-1)^n arcsin\frac{1}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z};$$

$$x = (-1)^n \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}.$$

Ответ: $x = (-1)^n \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}.$

2)
$2sin2xcosx = sin3x.$ **(Слайд 9)**

Решение

$$sin\alpha\ cos\beta = \frac{sin(\alpha - \beta) + sin(\alpha + \beta)}{2},$$

получим:

$$2\frac{sin(2x - x) + sin(2x + x)}{2} = sin3x,$$

$$sinx + sin3x - sin3x = 0,$$

$$sinx = 0,$$

$$x = \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Ответ: $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}.$

4) Доказать тождество: **(Слайд 10)**

$$2sint\ sin2t + cos3t = cost.$$

Доказательство:

$$2\frac{cos(t - 2t) - cos(t + 2t)}{2} + cos3t = cost,$$

$$cos(-t) - cos3t + cos3t = cost,$$

$$cost = cost.$$

5). Итог урока **На уроке рассматривались формулы, по которым произведения тригонометрических функций можно преобразовать в суммы. (Слайд 11)**

Продолжи фразу

«Сегодня на уроке я повторил…»

«Сегодня на уроке я закрепил…»

«Сегодня на уроке я узнал…»

Домашнее задание: п.23, № 23.1-23.5(в, г); № 23.10(а) **(Слайд 12)**

ТЕМА УРОКА

Преобразование произведения тригонометрических функций в сумму и разность

Цель урока

- *Образовательные*: ознакомить учащихся с формулами преобразования произведения тригонометрических функций в сумму или разность, закрепить умения и навыки по применению формул тригонометрии при решении задач.

- *Развивающие*: развивать и совершенствовать умения применять теоретические знания к решению упражнений; мыслительные способности учащихся; их речевую культуру; математический кругозор.

- *Воспитательные*: воспитывать уверенность в своих знаниях; умение слушать других; содействовать воспитанию интереса к математике; воспитывать объективность и честность при контроле знаний; культуру поведения.

Устная разминка:

1. Какому выражению соответствует значение $\frac{\sqrt{3}}{2}$?

   а) $\sin 30^0$; б) $\cos \frac{\pi}{6}$; в) $\mathrm{tg}\, \frac{\pi}{3}$

2. Выбрать возможный вариант.

   а) $\sin\alpha = \frac{\pi}{3}$; б) $\cos \alpha = \sqrt{3}-2$; в) $\sin \alpha = -3{,}7$.

3. Какой из углов является углом II четверти?

   а) $\frac{4\pi}{9}$; б) -145°; в) $\frac{3\pi}{4}$

4. В каких четвертях $\sin\alpha$ и $\cos \alpha$ имеют разные знаки?

   а) II и IV; б) I и III; в) I и IV.

5. Каким выражением можно заменить $\cos(\frac{3\pi}{2}+\alpha)$?

   а) $\cos \alpha$; б) $\sin\alpha$; в) $-\sin\alpha$.

Проверим

1	2	3	4	5
б	б	в	а	в

Формулы преобразования произведений тригонометрических функций в сумму

Доказать:

$$\sin x \cos y = \frac{\sin(x-y)+\sin(x+y)}{2}$$

$$\cos x \cos y = \frac{\cos(x-y)+\cos(x+y)}{2}$$

$$\sin x \sin y = \frac{\cos(x-y)-\cos(x+y)}{2}$$

Вычислить, преобразовывая произведения в сумму.

1) $\cos 14^\circ \cos 16^\circ$

Решение:

$$\cos 14^\circ \cos 16^\circ = \frac{\cos(14^\circ - 16^\circ) + \cos(14^\circ + 16^\circ)}{2} = \frac{\cos(-2^\circ) + \cos 30^\circ}{2} =$$

$$= \frac{1}{2}\left(\cos 2^\circ + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\cos 2^\circ}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\cos 2^\circ}{2}.$

Решите уравнения

1) $\sin\left(x+\frac{\pi}{12}\right)\cos\left(x-\frac{\pi}{12}\right)=\frac{1}{2}.$

Решение: воспользуемся формулой $\sin\alpha\cos\beta=\frac{\sin(\alpha-\beta)+\sin(\alpha+\beta)}{2}.$

$$\frac{\sin\left(x+\frac{\pi}{12}-x+\frac{\pi}{12}\right)+\sin\left(x+\frac{\pi}{12}+x-\frac{\pi}{12}\right)}{2}=\frac{1}{2},$$

$$\sin\frac{\pi}{6}+\sin 2x=1,$$

$$\sin 2x=\frac{1}{2},$$

Решите уравнение

$2\sin 2x \cos x = \sin 3x.$

Решение

$$\sin\alpha \cos\beta = \frac{\sin(\alpha-\beta)+\sin(\alpha+\beta)}{2},$$

получим:

$$2\frac{\sin(2x-x)+\sin(2x+x)}{2} = \sin 3x,$$

Докажите тождество

$$2\sin t\ \sin 2t + \cos 3t = \cos t.$$

Доказательство:

$$2\frac{\cos(t-2t)-\cos(t+2t)}{2} + \cos 3t = \cos t,$$

$$\cos(-t) - \cos 3t + \cos 3t = \cos t,$$

$$\cos t = \cos t.$$

Вычислите

2) $\sin 75° \sin 15°.$

Решение:

$$\sin 75° \sin 15° = \frac{\cos(75° - 15°) - \cos(75° + 15°)}{2} = \frac{\cos 60° - \cos 90°}{2} = \frac{\frac{1}{2} - 0}{2}.$$

Ответ: $\frac{1}{4}$.

Вычислите

3)

$sin^2 10° + cos50°cos70°.$

Решение: воспользуемся формулами:

$$sin^2 x = \frac{1 - cos2x}{2},$$

$$cos\alpha\ cos\beta = \frac{cos(\alpha - \beta) + cos(\alpha + \beta)}{2}.$$

Получим:

$$\frac{1 - cos20°}{2} + \frac{cos(50° - 70°) + cos(50° + 70°)}{2} =$$

$$1 - cos20° + cos20° + cos120° = \frac{1 - \frac{1}{2}}{2} = \frac{\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4},$$

где

$$cos120° = cos(90° + 30°) = -sin30° = -\frac{1}{2}.$$

Ответ: $\frac{1}{4}$.

Вычислить

4) $\sin 43° \sin 17° + \sin^2 13° - 2.$

Решение: воспользуемся формулами:

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2},$$

$$\cos\alpha \cos\beta = \frac{\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)}{2}.$$

Получим:

$$\frac{\cos(43° - 17°) - \cos(43° + 17°)}{2} + \frac{1 - \cos 26°}{2} - 2 =$$

$$\frac{\cos 26° - \cos 60° + 1 - \cos 26° - 4}{2} =$$

$$\frac{-\frac{1}{2} - 3}{2} = -\frac{\frac{7}{2}}{2} = -\frac{7}{4}.$$

Ответ: $-1{,}75.$

- ***Продолжи фразу***
- ***«Сегодня на уроке я повторил…»***
- ***«Сегодня на уроке я закрепил…»***
- ***«Сегодня на уроке я узнал…»***

Домашнее задание

- п.23, № 23.1-23.5(в, г); № 23.10(а)